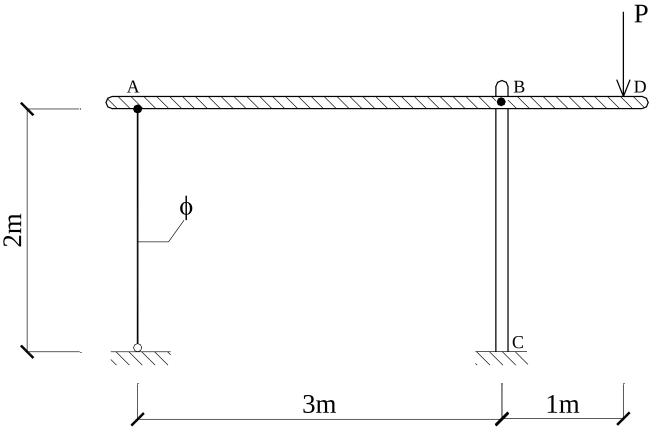
T.P.N^0 1.1:

a) Calcular la tensión a la que esta sometido el alambre de acero de la figura.
b) Calcular la deformación específica del acero de la figura
c) Calcular el corrimiento del punto D.
d) Si el alambre en lugar de ser de acero fuese de cobre, la deformación sería mayor, menor o igual?

Datos:

Barra AD y BC rígidas

$E_{ac} = 2100$ tn/cm^2
P = 2 tn
$\phi = 2$ cm
$E_{cu} = 1200$ tn/cm^2

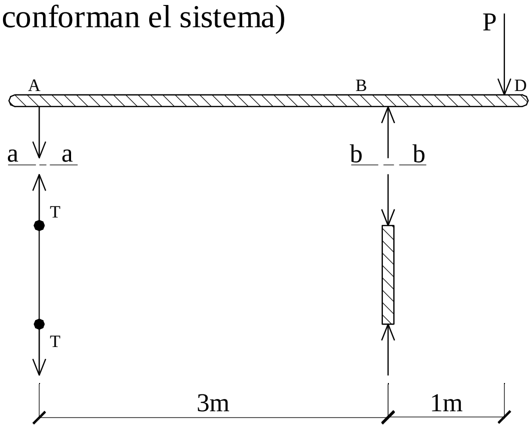


a) Cálculo de la tensión en el alambre

a$_1$) D.C.L: (realizamos dos cortes a-a y b-b y ponemos de manifiesto las fuerzas que permiten el equilibrio de los distintos elementos que conforman el sistema)

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow T \times 3m = P \times 1m$$

$$T = \frac{1}{3} P = 0{,}666 \text{ tn}$$



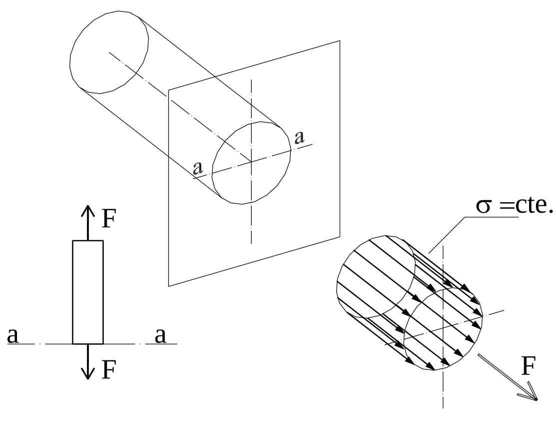
a$_2$) Tensión en el alambre

Por condición de equilibrio del sistema tenemos, en el alambre un esfuerzo de tracción T. Dicho esfuerzo debe considerarse como la resultante de las fuerzas que se produce por unidad de superficie (tensiones), atento al alargamiento de las fibras respectivas. Por hipótesis de deformación se considera que todas las fibras experimentan el mismo valor de alargamiento Δl.

$$\text{Si} \rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \text{cte} \rightarrow \sigma = \text{cte}$$

$$\sigma_{trab}^{al} = \frac{N}{\Omega} = \frac{T}{\frac{\pi \times \phi^2}{4}} = 0{,}212 \text{ tn}/\text{cm}^2$$

$$\sigma_{trab}^{al} = 0{,}212 \text{ tn}/\text{cm}^2$$



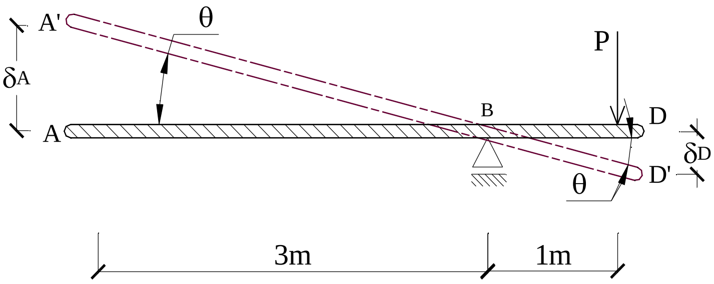
b) <u>deformación especifica del alambre</u>

$$\varepsilon_{al} = \frac{\sigma}{E_{ac}} = \frac{0{,}212\ tn/cm^2}{2100\ tn/cm^2} = 1{,}0095 \times 10^{-4} = \varepsilon_{al}$$

c) <u>Corrimiento del punto D</u>

Debido al la carga exterior P, la barra AD rígida, pasa de la posición horizontal a la posición A'D'. Gira un ángulo θ

$\delta_A = \delta_{al}$



$$\frac{\delta_D}{1\,m} = \frac{\delta_{al}}{3\,m} \Rightarrow \delta_D = \frac{\delta_{al} \times 1\,m}{3\,m} = \frac{1}{3}\delta_{al} \quad (1)$$

como: $\frac{\sigma}{E} = \frac{\delta}{L} \Rightarrow \delta_{al} = \frac{\sigma_{al} \times L_{al}}{E_{al}}$

reemplazando en (1) tenemos:

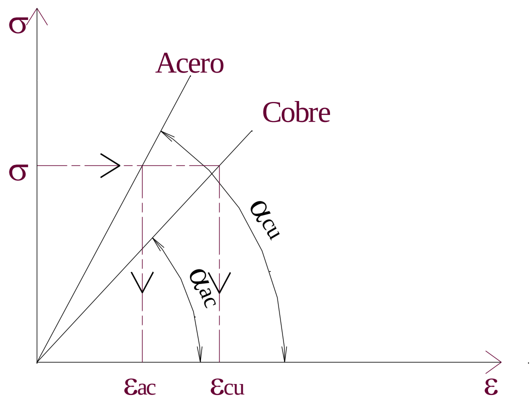
$$\delta_D = \frac{1}{3} \times \frac{\sigma_{al} \times L_{al}}{E_{al}} = \frac{1}{3} \times \frac{0{,}212\ tn/cm^2 \times\ 200\,cm}{2100\ tn/cm^2} = 0{,}00673\,cm$$

d) Si el material del alambre fuese cobre en vez de acero, analizando la expresión $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, vemos que como la tensión (σ) a que está sujeto el alambre es independiente del material, la deformación específica varía solamente con el módulo elasticidad y su relación es inversamente proporcional (a mayor E menor ε). De este análisis consideramos que:

$$\boxed{E_{cu} < E_{ac} \Rightarrow \varepsilon_{cu} > \varepsilon_{ac}}$$

Interpretación gráfica: Si dibujamos la parte elástica del diagrama σ–E de los dos materiales tenemos:

módulo de Young ; $tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$



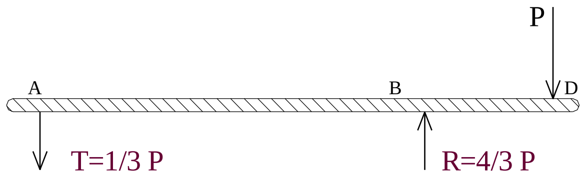
$E_{cu} < E_{ac}$

$\varepsilon_{cu} > \varepsilon_{ac}$

T.P.N^0 1.2:

Dado el sistema del T.P.Nº 1.1, determinar el máximo valor que puede tomar P para una σ_{adm} = 1,4 tn/cm^2 y $\phi = 2$ cm

1 - D.C.L.



2 - Determinación del P máximo admisible

Como se pide hallar el valor máximo de P teniendo en cuenta la tensión admisible del material, dicho valor de carga (P admisible) debe ser calculado en función de que la tensión de trabajo en el alambre llegue a 1,40tn/cm^2, o sea:

$\sigma_{\text{máx. trab}} = \sigma_{adm}$

$$\frac{P_{adm}}{3\,\Omega_{al}} = \sigma_{adm} \Rightarrow P_{adm} = \sigma_{adm} \times 3\,\Omega_{al} = 13{,}2 \text{ tn}$$

P_{adm} = 13,2 tn

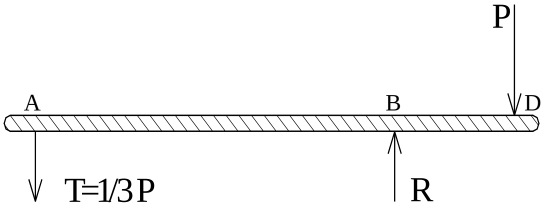
T.P N⁰ 1.3:

Dado el sistema del T.P.Nº 1.1, dimensionar el alambre de acero con un coeficiente de seguridad υ=3.

Datos:

$\sigma_{fl} = 2{,}4\, tn/cm^2$

$P = 5tn$



Para dimensionar el alambre consideremos como condición de resistencia que la tensión de trabajo no supere la tensión admisible del acero. $(\sigma_{trab} \leq \sigma_{adm})$

En este caso como nos da como dato la tensión de fluencia del material y el valor del coeficiente de seguridad:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{fl}}{\upsilon} = \frac{2{,}4\, tn/cm^2}{3} = 0{,}80\, tn/cm^2$$

$$\sigma_{trab} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{P}{3.\Omega_{al}} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{\pi \times \phi^2}{4} \geq \frac{P}{3} \times \frac{1}{\sigma_{adm}}\, ; \phi \geq \sqrt{\frac{P}{3} \times \frac{1}{\sigma_{adm}} \times \frac{4}{\pi}} = 1{,}64\, cm$$

En locales comerciales la oferta de barras de acero viene dada por los siguientes diámetros:
6mm; 8mm; 10mm; 12mm; 16mm; 20mm; 25mm.

- 1ra opción: adoptamos una barra de ϕ=16 mm, la tensión de trabajo será:

$$\sigma_{trab} = \frac{1{,}667 tn}{2{,}01 cm^2} \cong 0{,}83\, tn/cm^2 > \sigma_{adm}$$

- 2da opción: adoptamos una barra de ϕ=20 mm, la tensión de trabajo será:

$$\sigma_{trab} = \frac{1{,}667 tn}{3{,}14 cm^2} \cong 0{,}53\, tn/cm^2 << \sigma_{adm}$$

La primera opción nos lleva a superar el valor de la tensión de referencia (σ_{adm}) dada como dato para el dimensionado. En porcentaje, la diferencia seria: $\varepsilon = \frac{0{,}83 - 0{,}80}{0{,}80} \times 100 = 3{,}75\%$

Con la segunda opción, la tensión de trabajo es sensiblemente menor al valor de referencia: estaríamos sobredimensionando la pieza.

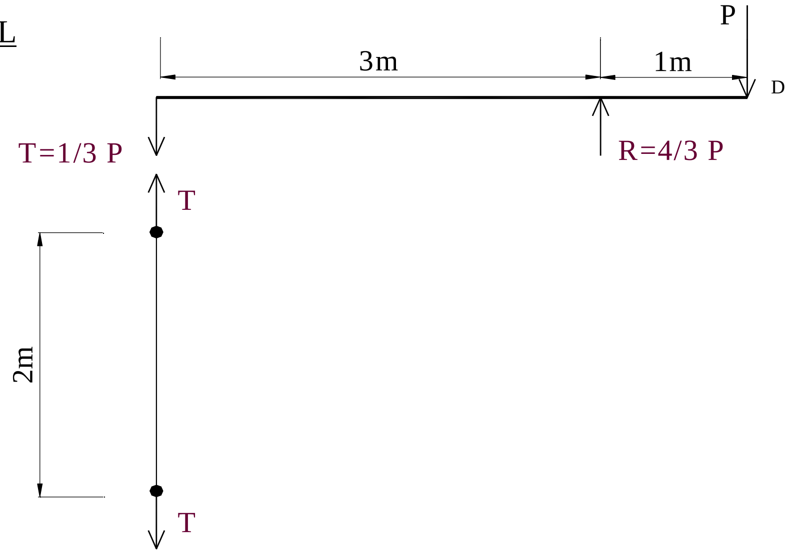
El calculista proyectista, basándose en su experiencia puede en determinados casos y en bajos porcentajes, superar la tensión admisible. En esta oportunidad podemos señalar que él $\varepsilon <$ 5% puede ser admitido.

En base ha lo expuesto se adopta para la barra el <u>ϕ = 16mm.</u>

T.P.N° 1.4:

a) Calcular la energía de deformación acumulada en el sistema del Trabajo Práctico Nº 1.1
b) Calcular el corrimiento del punto D utilizando el concepto de trabajo

D.C.L



a) Energía de deformación acumulada en el sistema.

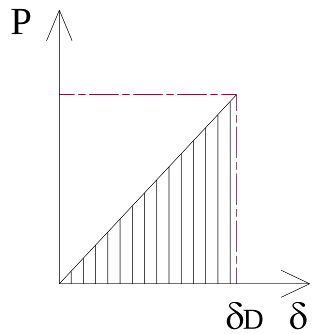
Como el alambre es el único elemento que se deforma por causa de la carga exterior P, la energía se acumula solo en él.

$$U = \frac{T \times \delta al}{2}, \text{como}: \delta_{al} = \frac{\sigma \times L}{E_{ac}} = \frac{T \times L}{\Omega_{al} \times E_{ac}} \Rightarrow$$

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{T^2}{\Omega_{al} \times E_{ac}} \times L = \frac{1}{2} \times \frac{(2\ \text{tn})^2 \times 4}{3^2 \times \pi \times (2\ \text{cm})^2 \times 2100\ \text{tn}/\text{cm}^2} \times 200\ \text{cm} = 6{,}74 \times 10^{-3}\ \text{tncm}$$

b) Corrimiento del punto D

El trabajo realizado por la carga P a lo largo del desplazamiento δ_D es igual a la energía de deformación acumulada en el sistema.



$$W = U$$

$$\frac{P.\delta_D}{2} = U \Rightarrow \delta_D = \frac{U.2}{P} = 0{,}00674\text{cm} = 6{,}74 \times 10^{-3}\text{cm}$$

La carga se aplica gradualmente de 0 al valor final de P, por lo tanto el trabajo realizado por P es igual a la superficie rayada.

T.P.N^0 1.5:

El sistema de la figura se halla sometido a la carga P. Determinar si la barra AB rígida rota o se mantiene horizontal. En el caso que rote, calcular el ángulo de giro.

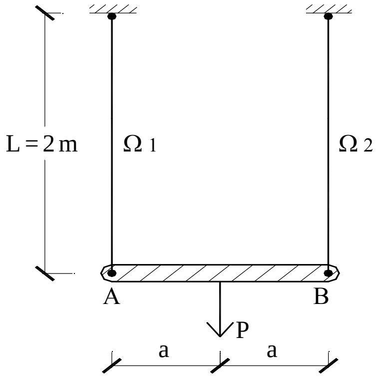
Datos:
Barra AB rígida

$\Omega_1 = \Omega_2 = 3{,}14\ cm^2$

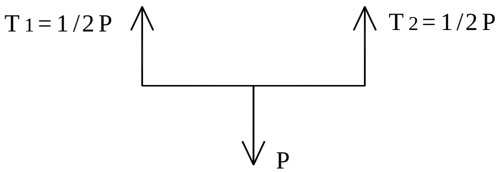
$E_1 = 4\ E_2 = 2000\ tn/cm^2$

$a = L/4$

$P = 5\ tn$



1-D.C.L



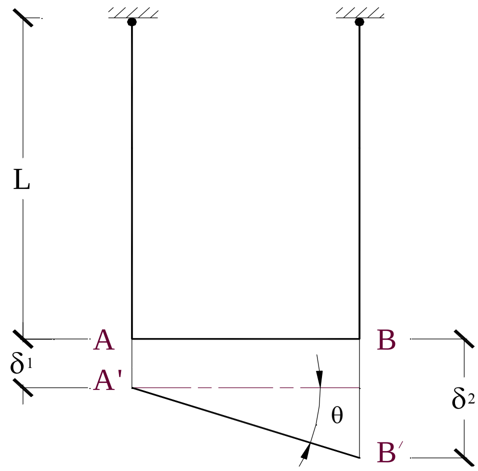
2- Análisis de las deformaciones

Para ver si la barra AB rota hacemos el siguiente análisis;
1) Si $\delta_1 = \delta_2 \rightarrow$ la barra se mantiene horizontal
2) Si $\delta_1 \neq \delta_2 \rightarrow$ la barra rota

Como $\delta_1 = \dfrac{\sigma \times L}{E} = \dfrac{T \times L}{\Omega \times E}$ y tenemos que $\begin{cases} T_1 = T_2 \\ l_1 = l_2 \\ \Omega_1 = \Omega_2 \end{cases}$, pero $E_1 \neq E_2$ entonces la barra rota y como

$E_1 > E_2 \Rightarrow \delta_1 < \delta_2$.

La posición final de la barra será A'B':



$$\delta_1 = \frac{P.L}{2.\Omega.E_1}$$

$$\delta_2 = \frac{P.L}{2.\Omega.E_2}$$

$$tg\ \theta = \frac{\delta_2 - \delta_1}{2\ a} = \frac{P \times L}{2\Omega \times 2a} \times \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_1} \right) = \frac{2{,}5\ tn \times 20\ cm}{3{,}14\ cm^2 \times 100\ cm} \times \left(\frac{1}{500} - \frac{1}{2000} \right) \frac{cm^2}{tn}$$

$tg\ \theta = 2{,}338 \times 10^{-4}$
$\theta = 0° \ 0' \ 0{,}86''$

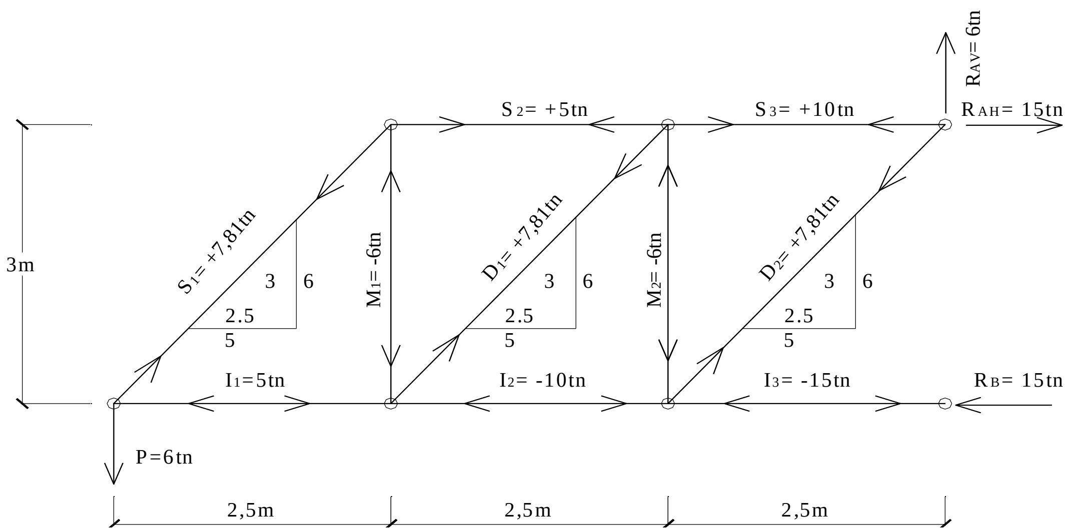
T.P.N^0 1.6:

a) Calcular las tensiones en el siguiente reticulado, obteniendo previamente los esfuerzos en cada barra mediante el Método de Cremona Analítico.
b) Calcular la energía de deformación acumulada en el reticulado y el desplazamiento del punto de aplicación de la carga P.
c) Determinar el coeficiente de seguridad de las barras traccionadas:

Montantes: 2 P.N.T. 50(ala ancha)
Diagonales: 2 P.N.T. 40 (alma alta)
Cordón superior: 2 P.N.L.45-5(alas iguales)
Cordón inferior: 2 P.N.U.100

Datos: P = 6 tn
σ_{fl} = 2,4 tn/cm^2

a) D.C.L. Resolución del reticulado por el Método de Cremona analítico.



El Cremona analítico consiste en considerar el equilibrio de fuerzas en los nudos planteando que, en base a un par de ejes adoptados, la relación de componentes y resultante del esfuerzo en cada barra, es la misma relación que existe entre las proyecciones y la longitud de la barra, según el mismo sistema de ejes.
Por razones de simplicidad se dibuja en la barra inclinada un solo triangulo rectángulo colocando los valores de proyecciones de las barras en el lado interno y las proyecciones del esfuerzo en lado externo.
Luego empezamos a equilibrar el nudo obteniendo la magnitud y el sentido de los esfuerzos que actúan sobre él y que constituyen la acción de las barras sobre el nudo

<u>Cálculo de las tensiones en las barras del reticulado.</u>

Ubicación	Designación	Luz (cm)	N (t) (+)	N (t) (-)	Ω (cm)	σ_{trab} (tn/cm^2)	$\sigma_i^2 \times \Omega_i \times l_i$ (tn/cm^2)
Diagonal	D_1	390	7,81	---	7,54	1,04	3180,55
	D_2	390	7,81	---		1,04	3180,55
Montante	M_1	300	---	6,00	24,0	0,25	450,0
	M_2	300	---	6,00		0,25	450,0
Cordón Superior	S_1	390	7,81	---	8,60	0,91	2777,45
	S_2	250	5,00	---		0,58	723,26
	S_3	250	10,0	---		1,16	2893,04
Cordón Inferior	I_1	250	---	5,00	27,0	0,19	243,68
	I_2	250	---	10,0		0,37	924,08
	I_3	250	---	15,0		0,56	2116,08
							$\sum$ 16939,41

<u>Aclaración 1</u>: Por razones constructivas se uniformiza el dimensionamiento de las barras del mismo tipo (Diagonal, montante, cordón superior, cordón inferior)

<u>Aclaración 2:</u> Los elementos comprimidos están sometidos a un proceso de inestabilidad, comúnmente conocido como **pandeo.**
Este tema lo estudiaremos en el capítulo 10. Allí aprenderemos a determinar el valor de carga límite o de rotura, que resisten las barras comprimidas.

b)

$$U = \frac{1}{2E} \sum \sigma_i^2 \times \Omega_i \times L_i$$

$$U = \frac{1}{2 \times 2100\ \mathrm{tn}/\mathrm{cm}^2} \times 16939{,}41\ \mathrm{tn}/\mathrm{cm}^2 = 4{,}033\ \mathrm{tncm}$$

$$\delta_D = \frac{\sum \sigma_i^2 \times \Omega_i \times L_i}{E \times P} = 16939{,}41\,\mathrm{tn}^2/\mathrm{cm} \times \frac{1}{6\ \mathrm{tn} \times 2100\ \mathrm{tn}/\mathrm{cm}^2} = 1{,}34\ \mathrm{cm}$$

c) <u>Coeficiente de seguridad</u>

El coeficiente de seguridad surge de la relación entre la tensión límite y la tensión de trabajo del elemento que se considera.

$$\upsilon = \frac{\sigma_L}{\sigma_{trab}}$$

en nuestro caso se tiene que la seguridad para cada barra traccionada es:

<u>Cordón superior:</u>

$$\upsilon_{S_1} = \frac{2{,}4}{0{,}91} = 2{,}64$$

$$\upsilon_{S_2} = \frac{2,4}{0,58} = 4,14$$

$$\upsilon_{S_3} = \frac{2,4}{1,16} = 2,07$$

<u>Diagonales:</u>

$$\upsilon_{D} = \frac{2,4}{1,04} = 2,31$$

Si debiéramos adoptar un valor como coeficiente de seguridad del grupo de barras analizado, corresponde tomar el menor valor encontrado.

$$\boxed{\upsilon = 2,07}$$

T.P N^0 1.7:

Dado el siguiente sistema determinar los corrimientos δ_x y δ_y del punto de aplicación de la carga.

Datos:

$\left.\begin{matrix}\text{ABCD}\\ \text{EF}\end{matrix}\right\}$ rígidos

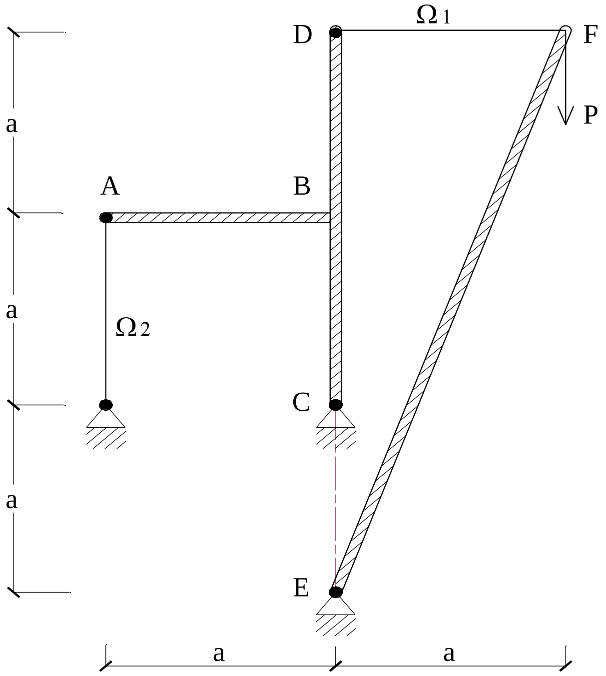
$P = 6\,\text{tn}$

$\Omega_1 = 3\,\text{cm}^2;\ \Omega_2 = 4\,\text{cm}^2$

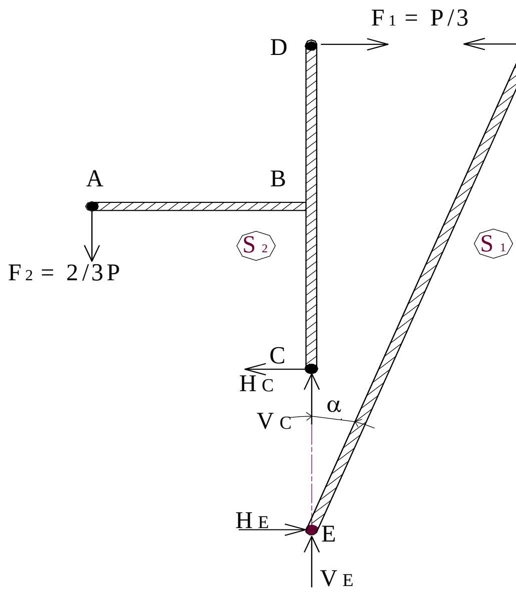
$E_1 = 2100\ {}^{\text{tn}}\!/_{\text{cm}^2};\ E_2 = 720\ {}^{\text{tn}}\!/_{\text{cm}^2}$

$a = 2\,\text{m}$

Rta.: $\delta_x^f = 0{,}62\,\text{cm};\delta_y^f = 0{,}21\,\text{cm}$



a) D.C.L.



$$\sum M_E = 0 \Rightarrow F_1 = \frac{P}{3}$$

$$\sum M_C = \frac{P}{3}.2.a = F_2.a \Rightarrow F_2 = \frac{2}{3}P$$

b) Análisis de las deformaciones

Para el análisis vamos a descomponer el sistema, mediante cortes en los tensores, en 2 sistemas:

(1) Sistema 2

Calculamos los desplazamientos por el método de las intersecciones $\overline{AA'} = \delta_A$ (perpendicular ala recta AC).

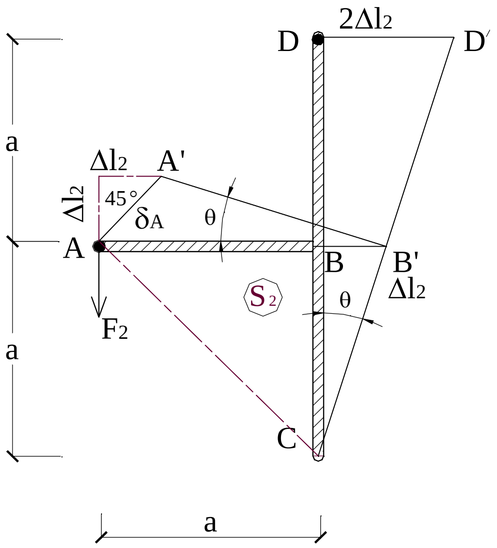
La componente vertical es el alargamiento del tensor 2

$$\delta_V^A = \Delta l_2;\delta_H^A = \Delta l_2$$

$$\Rightarrow \delta_H^B = \Lambda l_2$$

El punto D tiene solo corrimiento horizontal

$$tg\theta = \frac{\Delta l_2}{a} = \frac{\delta_D}{2a} \Rightarrow \delta_D = 2\Delta l_2$$



(2) Sistema 1

El punto de aplicación de la carga tiene un desplazamiento δ_F perpendicular a la barra CF. Su componente horizontal es la suma del corrimiento horizontal que experimento el sistema 2(δ_D), más la deformación propia del tensor1 (Δl_1):

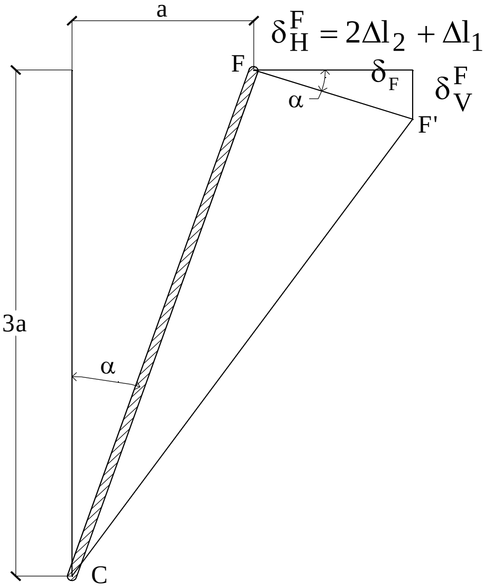
$$\delta_H^F = 2\Delta l_2 + \Delta l_1 = \frac{P}{3\Omega_1 \times E_1} \times a + 2 \times \frac{2P \times a}{3\Omega_2 \times E_2} =$$

$$\delta_H^F = \frac{P \times a}{3}\left(\frac{1}{\Omega_1 \times E_1} + 4 \times \frac{1}{\Omega_2 \times E_2}\right)$$

$$\delta_H^F = \frac{6 \times 200}{3}\left(\frac{1}{3 \times 2100} + 4 \times \frac{1}{4 \times 720}\right) = 0{,}62\,\text{cm}$$

$$\delta_v^F = \delta_H^F \times tg\alpha$$

$$\delta_V^F = \delta_H^F \times \frac{a}{3a} = \frac{\delta_H^F}{3} \cong 0{,}21\text{cm}$$



Por energía de deformación

El trabajo realizado por P a lo largo del desplazamiento δ_V^F es igual a la energía acumulada en el sistema; en este caso la energía se acumula en los tensores por ser los únicos elementos que se deforman.

$$\frac{P \times \delta_V^F}{2} = \sum_{i=1}^{2} \frac{F_i^2 \times a}{2\Omega_i \times E_i} = \frac{1}{2} a\left(\frac{F_1^2}{\Omega_1 \times E_1} + \frac{F_2^2}{\Omega_2 \times E_2}\right)$$

$$\delta_V^F = \frac{200\,\text{cm}}{6\,\text{tn}}\left(\frac{(2\,\text{tn})^2}{3\,\text{cm}^2 \times 2100\,\text{tn}/\text{cm}^2} + \frac{(4\,\text{tn})^2}{4\,\text{cm}^2 \times 720\,\text{tn}/\text{cm}^2}\right) \Rightarrow \delta_V^F \cong 0{,}21\,\text{cm}$$